

Hvað eru verðug verkefni fyrir nemendur í framhaldsskóla?

Inngangur	2
Hvaða leið var valin til að búa til verðug verkefni?	3
Making math moments that matter.....	3
Hugsandi skólastofa	5
Leiðsagnarnám	6
Vaxtarhugarfar og þekkingarsamfélag	6
Fjölbreytilegar gerðir verkefna	8
Hópavinna	8
Útgönguverkefni.....	9
Myndbandsverkefni og hlaðvörp	9
Teikningar og gröf.....	10
Dæmi um verkefni sem við völdum að leggja fyrir	10
Hlaupahjólaverkefnið	10
Tvær gerðir sívalninga	10
Að fara yfir brúna.....	11
Horn og þríhyrningar.....	12
Afkoma og núllpunktur	13
Hvernig mælum við árangurinn?	14
Viðtöl við nemendur.....	14
Útgöngupassar	14
Hverju höfum við komist að?	15
Hvað gerist þegar við syndum á móti straumnum?	18
Gjöfult samstarf	19
Lokaorð	20
Heimildaskrá	21

Inngangur

Hvað eru verðug verkefni og hver getur metið þau? Þessi spurning hefur lengi sótt að ýmsum kennurum, ekki síst þegar kennari hefur eytt löngum stundum í að hanna og leggja fyrir verkefni fyrir nemendur sína. Lokasvarið hlýtur að vera fólgið í því að nám hafi farið fram hjá nemendum og til þess að það hafi gerst verða nemendur að finnst verkefnin þess verðug að vinna þau.

Vorið 2023 sóttu höfundar um rannsóknastyrk til Kennarasambands Íslands til að gera starfendarannsókn veturinn 2023-2024. Þar vildu þær finna svar við þessari spurningu og hafa þá í huga færni 21. aldar. Sú færni hefur verið skilgreind sem lykilþættir til að öðlast velgengni í samfélagi sem einkennist af hröðum starfrænum breytingum. Ákváðu höfundar að einbeita sér að þeim skilgreindu þáttum 21. aldar sem tengdust sköpun, gagnrýnnar hugsunar, samvinnu og samskipta.

Markmiðið var ennfremur að kanna hvort nemendur upplifðu ríkari þörf til að mæta í kennslustofuna þegar verkefnin krefðust þess að þau væru raunverulega á staðnum þegar þau eru unnin. Ljóst er að nemendur hafa gengið í gegnum COVID-tímenn og mörg hafa uppgötvað að hægt er að stunda námið heima hjá sér í gegnum tölvu. Slíkt nám samræmist þó ekki auknum áherslum í samfélagsins á gildi samskipta og samvinnu. Fjarkennsla á framhaldsskólastigi eins og við kynntumst í COVID reyndi lítið á samvinnu og enn minna á samskipti á fullnægjandi hátt þrátt fyrir allar tækniframfarir. Margt bentir til þess að gagnrýn hugsun lærist best í gegnum samskipti og umræðum. Við teljum að slíkt námsumhverfi sé hægt er að skapa innan skólastofunnar og hanna þurfi verkefni með það í huga.

Elísabet Eggertsdóttir og Sigrún Lilja Guðbjörnsdóttir eru kennarar við Menntaskólann við Sund. Elísabet kennir bæði hagfræði og stærðfræði og Lilja kennir stærðfræði. Elísabet hefur kennt í þrjú ár en Lilja hefur um 20 ára starfsreynslu, bæði á grunn- og framhaldsskólastigi. Í þessari rannsókn fengum við tækifæri til að rýna í starf okkar sem kennara. Þetta gerðum við með samtölum okkar á milli og við nemendur okkar. Í samtölum okkar deildum við reynslu og spegluðum upplifun í kennslu við markmið rannsóknarinnar.

Hvaða leið var valin til að búa til verðug verkefni?

Verkefni voru hönnuð og fundin með ýmsum leiðum. Bækur Hatties *Visible Learning for Mathematics* (2016) og *Visible Learning Feedback* (Hattie og Clarke 2019) voru hafðar til hliðsjónar ásamt bók Peters Liljedahl *Building Thinking Classrooms* (2016). Bók Nönnu K. Christianssen *Leiðsagnarnám - Hvers vegna, hvernig, hvað?* (2021) nýttist einnig vel ásamt öðrum bókum. Einnig var stuðst við fjölmargar fræðigreinar sem vísað verður til síðar í umfjölluninni. Félagarnir Kyle Pearce og Jon Orr halda úti áhugaverðri vefsíðu sem kallast *Making Math Moments that Matter* <https://makemathmoments.com> þar sem lögð er áhersla á að vekja forvitni nemenda og ýta undir skilning þeirra en einnig skoða hlutverk kennara í stærðfræðikennslu. Þess má geta að þeir félagar eru einnig með hlaðvarp á vefsíðunni, þar sem þeir ræða við ýmsa fræðimenn á borð við Jo Boaler, Dan Meyer og John Hattie.

Making math moments that matter

Aðferð félaganna Kyle Pearce og Jon Orr vöktu athygli okkar og urðu hvorttveggja innblástur að verkefnum og leiðarstef rannsóknarinnar. Skilaboð þeirra eru að forðast leiðina; *Ég geri, við gerum, þú gerir*. Þetta er leiðin sem við þekkjum vel sem stærðfræðikennarar: kynning nýs efnis á töflu, sýnidæmi og svo verkefni sem byggja á því efni sem var verið að kynna. Þetta er í samhljómi við það sem Jóhann Örn Sigurjónsson (2018) hefur bent á, en hann vill meina að algengt sé að ekki sé gerð krafa um að nemendur geri annað en að muna aðferðir í stærðfræði, í stað þess að skilja hvað liggur þeim að baki. Pearce & Orr (2019) fjalla um að virkni nemenda sé ofnotað hugtak í kennslu. Þeir velta fyrir sér mælikvörðum á virkni nemenda og hvort ekki sé betra að finna leið til að mæla hvað nemendur hafi tileinkað sér af námsefninu og hvort þeir hafi náð þeim lærdómsmarkmiðum sem lagt var upp með. Þeir vilja sjá nemendur hugsa og velta námsefninu fyrir sér, að þeir geti sýnt skilning sinn með því að útskýra efnið fyrir sjáfum sér og öðrum. Þessi leið rímar vel við niðurstöður Hatties í bók hans *Visible Learning for Mathematics* (2016), þar sem fjallað er um stýrða bekkjarumræðu sem fær góða einkunn á skala Hatties sem samanstendur af metagreiningu hans, en metagreining er tölfraðileg greining þar sem tvær eða fleiri rannsóknir eru metnar saman og í tilviki Hatties er búin til einkunn til að meta gildi kennsluaðferða eða fyrirkomulag kennslu (Hattie, 2006).

Making Math Moments that Matter gengur út á að gera stærðfræði eftirminnilega og skapa stærðfræðitengd augnablik í kennslustofunni sem nemendur muna eftir. Hugmyndafræðin

byggist á þremur þáttum; að **vekja forvitni**, að **ýta undir skilning með nálgun kennarans og samantekt** (Pearce & Orr, e.d.).

Að **vekja forvitni** er það sama og kveikja. Í nálgun Pearce og Orr er það söguaðferðin sem öllu máli skiptir. Þar er aðalatriðið að byggja upp spennu og eftirvæntingu þannig að nemendur langi raunverulega til að finna svarið. Því næst eru upplýsingar, sem einstaklingurinn þarf að taka inn, vísitandi skildar eftir. Á vefsíðu Pearce og Orrs eru fjölbreytt myndbönd sem hönnuð eru með þessar hugmyndir í huga. Myndböndin eru öllum opin og þau má finna í eftirfarandi hlekk: <https://learn.makemathmoments.com/tasks/#learn-tasks>. Í lok hvers myndbands er síðan sett fram spurning sem á að vekja hjá nemendum forvitni og vangaveltur, líkt og: Hvað gerist næst? Að hverju höfum við komist?, Hvað viljum við vita? Nemendur eiga svo að vinna saman í litlum hópum til að svara þessum spurningum og öðrum, sem kunna að hafa vaknað við áhorf myndbandsins. Hér vara Pearce og Orr við því að kennarar yfirtaki umræðuna með sínum eigin hugmyndum, þeir ættu heldur að laða fram hugmyndir nemenda. Til að stýra umræðunni þannig að nemendur séu þeir sem koma með svörin er t.d. hægt að nota leið sem Nanna Kristín Christiansen kynnir í bók sinni *Leiðsagnarnám* (2021) sem hún kallar „engar hendur upp“. Þar eru nöfn nemenda valin að handahófi, t.d. með því að hafa miða í skál eða nöfn skrifuð á tunguspaða. Með því er komið í veg fyrir að það séu alltaf sömu nemendur sem svara spurningum kennara. Nemendur finni þá að rödd allra nemenda sé jafn mikilvæg og að þeirra svar sé nauðsynlegt innlegg til að nám fari fram. (Nanna Kristín Christiansen, 2021, bls. 118). Hér gefst líka fullkomið tækifæri til að auka skilning hjá nemendum með því að ræða mismunandi nálgun nemenda og mynda þar með stærri heildarmynd. Við sem kennarar þurfum að muna að það er rödd nemendanna sem á að vera aðalatriðið hér, hlutverk kennarans er að halda utan um verkið. Hér verður einnig að hafa í huga að tengja verkefni við þá þekkingu sem nemendur hafa nú þegar, því til að læra eitthvað nýtt þurfum við að setja nýja þekkingu í samhengi við okkar eigin hugmyndir um heiminn.

Þegar forvitni nemenda hefur verið vakin, er næsta skref að hefja vinnu við að leysa verkefni sem byggð eru á lausnaleit (*e. problem solving*). Við sem kennarar getum gengið á milli hópa og bætt inn viðeigandi upplýsingum sem nýtast nemendum til að leysa verkefnið. Hér þarf að hafa í huga hlutverk kennarans: að koma hópnum áfram án þess að ræna nemendur tækifærinu til að uppgötva hlutina sjálfir. Það er á þessu stigi verkefnisins sem við finnum leið til að **ýta undir skilning** nemenda. Þetta skref er mikilvægt að skipuleggja í ferlinu þegar við undirbúum verkefnið. Hér er **nálgun kennarans** lykilatriði, því hann þarf að vera undirbúinn þannig að spurningar nemenda séu lykilpunkturinn; hvaða spurninga munu nemendur spyrja og hvernig ætlar hann að svara þeim? Hvar munu nemendur lenda í erfiðleikum og hvernig er best að koma þeim áfram, án þess að gefa þeim svarið? Hvar munu nemendur jafnvel gefast upp og hvað ætlar kennarinn að gera ef það gerist? Þetta mikilvæga skref krefst talsverðs undirbúnings og

ígrundunar. Nemendur eiga að fá tækifæri til að bera sína lausn saman við lausnir annara hópa og öðlast um leið þann mikilvæga lærdóm að til eru fleiri leiðir að sama markmiði. Þetta dýpkar skilning nemenda og ekki síður kennarans þegar hann upplifir og finnur fyrir árangri hópsins. Kennarinn getur valið hvaða verkefni hann vill beina sjónum að á meðan gengið er á milli hópanna. Það er þó mikilvægt að muna að leggja upp með að rödd *allra* nemenda heyrir. Auðvitað er það ekki framkvæmanlegt í hverri kennslustund, en það er mikilvægt að reyna, þannig að öllum nemendum finnist að þeirra framlag sé mikilvægt. Í lok verkefnis ættu öllum nemendum að finnast þeir eiga sinn þátt í lausn verkefnisins og vera stoltir af útkomunni.

Síðasta stig verkefnis er svo **samantektin**. Þar hnýtum við saman spurningarnar sem vöknúðu í byrjun verkefnis. Hver var niðurstaðan? Hvað lærðum við? Hvaða hugtök þurftum við að nota? Þetta er mikilvægt skref og hér gefast tækifæri til að kanna nýlærð hugtök, skerpa stærðfræðifærni sína og uppgötva að stærðfræðin er ekki einsleit og óvæfengjanleg, heldur full af ósvörðum spurningum sem áhugavert er að finna svar við. Nánari upplýsingar um þessa leið er að finna hér: <https://makemathmoments.com/framework/>

Hugsandi skólastofa

Rannsakendur lögðu áherslu á að láta nemendur meðal annars vinna verkefni samkvæmt kennsluaðferðinni *hugsandi skólastofa* (Liljedahl, 2016). Í þeirri nálgun eru þrír dregnir saman með spilum (handahófsval) og sá hópur vinnur saman á lóðréttum flötum, það geta verið veggtöflur, spjöld eða jafnvel gluggar. Aðalatriðið er að flöturinn sé lóðréttur þannig að hver hópmeðlimur sjái flötinn vel og hafi einnig möguleika á að sjá það sem aðrir hópar eru að gera. Hópurinn heldur svo áfram að útfæra og aðlaga sínar lausnir að því sem nemendur uppgötva og koma sér saman um. Kenning Liljedahls er sú að um leið og við tökum nemendur út úr aðstæðum sem þau þekkja vel, þá neyðist þeir til að vinna á annan hátt. Aðferðin býður upp á marga eftirsóknarverða kosti, sér í lagi að auðvelt er fyrir kennara að hafa yfirsýn yfir hugsun nemenda, hvaða verkfæri þau nota og hver skilningur eða misskilningur þeirra er. Aðferðin gefur líka nemendum tækifæri til þess að útskýra lausnaleyðir sínar fyrir kennara og öllum hópnum. Þessi leið er sérlega hentug til að fá nemendur til að tala saman í hópavinnu. Margir kennarar kannast eflaust við það að setja nemendur saman í hópa við borð og láta þau vinna skrifleg verkefni og reyna þannig að fá þau til að tala saman. Því næst er algengt að nemendur skipta með sér verkum þannig að einn nemandi tekur að sér einn hluta, annar þann næsta og svo framvegis. Í hugsandi skólastofu neyðast nemendur til að tala saman; það er bara einn penni og fyrirmælin eru á töflunni. Nemendur mega og eiga að skoða það sem aðrir hópar eru að gera og til þess þarf stærðfræðileg samtöl. Peter Liljedahl talar um að best sé að byrja að kenna nemendum að nota hugsandi skólastofu með því að láta þau vinna þrautalausnarverkefni. Á heimasíðu sinni hefur

hann safnað saman góðum verkefnum sem henta bæði grunnskóla og framhaldsskóla, sjá <https://www.peterliljedahl.com/teachers>

Leiðsagnarnám

Bókin *Leiðsagnarnám - Hvers vegna, hvernig, hvað?* eftir Nönnu Kristínu Christiansen fjallar í stuttu máli um að veita nemandanum leiðsögn sem hjálpar honum að ná þeim markmiðum sem hann sjálfur stefnir að. Markmiðin þurfa að vera vel skilgreind svo nemandinn, kennarinn og aðrir sem að náminu koma hafi sama skilning á því hvað sé til marks um að markmiðunum sé náð. (Nanna Kristín Christiansen, 2021). Nanna byggir bók sína meðal annars á hugmyndafræði Shirley Clarke en samkvæmt henni er leiðsagnarnám námsmenning þar sem nemendur og kennarar hafa vaxandi hugarfar, trú á sjálfum sér, hæfni til að greina eigin námsvitund og litið er svo á að allir geti tekið meiri framförum (Clarke, 2018).

Samkvæmt aðalnámsskrá framhaldsskóla skulu kennarar leggja áherslu á leiðsagnarmat, sem byggist á því að nemendur velti reglulega fyrir sér námi sínu með kennurum sínum, til að nálgast eigin markmið og ákveða hvert skuli stefna. Einnig kemur fram að leiðsagnarmat miði ekki að því að fella dóm um frammistöðu, heldur hjálpa nemanda að bæta sig með uppbyggjandi endurgjöf og leiðsögn (Aðalnámsskrá framhaldsskóla, 2011).

Swan og Buckhardt (2012) hafa rannsakað hvernig námsefni og námsmat stuðlar að stærðfræðilegri hæfni. Að þeirra mati er algengt að stærðfræðipróf mæli aðeins einfalda og yfirborðslega þekkingu og leggi ekki áherslu á að nemendur skapi eða útskýri með rökstuðningi. Þeirra niðurstöður eru þær að stærðfræðileg hæfni muni eingöngu komast í framkvæmd ef námsmatið viðurkennir og umbunar slíka hæfni. Við trúum því að leiðsagnarmat stuðli að stærðfræðilegri hæfni nemenda en hjálpi auk þess okkur sem kennurum að halda vel utan um alla nemendur og koma til móts við þarfir þeirra.

Vaxtarhugarfar og þekkingarsamfélag

Hugmyndafræði um vaxtarhugarfar og þekkingarsamfélag var okkur ofarlega í huga við undirbúning og gerð verkefnanna. Við erum sammála þeim kenningum um að hvort tveggja hafi jákvæð áhrif á áhugahvöt nemenda og geri þeim kleift að einbeita sér að náminu og að námsárangur verði betri. Carol Dweck (2017) fjallar um vaxtarhugarfar og samkvæmt henni er

Það þegar nemandi trúir því að hann geti þróað hæfileika sína og hæfni með vinnusemi, góðum aðferðum og hjálp frá öðrum. Rannsóknir Jo Boaler (2016) hafa einnig sýnt að þeim sem tileinka sér vaxtarhugarfar gengur betur að ná árangri og því er mikilvægt að efla bæði kennara og nemendur í vaxtarhugarfari. Jafnframt sýna niðurstöður rannsókna Boaler að með því að hrósa fyrir vinnuframlag frekar en gáfur, einkunnir eða hæfileika þá geti kennarar eftt vaxtarhugarfar hjá nemendum sínum.

Margrét Alda Sigurvinsdóttir (2020) hefur rannsakað kennsluaðferðir í stærðfræði í framhaldsskóla og samkvæmt henni er mikilvægt að nota spurningar og umræður í kennslustofunni til að auka við þekkingu nemenda og bæta skilning þeirra. Hún hefur komist að því að opnar spurningar stuðli að umræðum og höfði til fróðleiksfýsnar nemenda. Til að virkja nemendur í slíka umræðu hefur reynst henni vel að þeir ræði saman í þörum eða litlum hópum. Við teljum vaxtarhugarfar vera lykilatriði í góðri líðan nemenda og námsárangri þeirra.

Við viljum að vitsmunir nemenda séu til staðar í kennslustofunni þannig að til verði þekkingarsamfélag sem kemur okkur öllum til góða. Til að þetta geti orðið þurfum við að skapa aðstæður fyrir nemendur þar sem þeir geta notað skilning sinn til að meta gildi upplýsinga, hvaða þekkingu þeir þurfi að hafa og hvaða leiðir eru færar til að öðlast þekkinguna. Kenningar Pauls Lockhart (2002) eru í samhljómi við þessar hugmyndir en hann segir að stærðfræðikennsla snúist ekki um upplýsingamiðlun heldur snúist hún um að eiga í heiðarlegu vitrænu sambandi við nemendur. Stærðfræði sé list skýringarinnar og listin liggi ekki í sannleikanum eða lausninni heldur í skýringunni, samhenginu og rökunum. Hann vill meina að margir nemendur sem telja sig vera góða í stærðfræði vegna þess að þeir fá góðar einkunnir séu í rauninni bara góðir í að fylgja fyrirmælum en ekki í að skapa eitthvað nýtt. Við erum sannfærðar um það að verkefni sem leggja áherslu á að nemendur skapi þekkingu sína sjálfir leiði af sér meiri námsáhuga. Við teljum að einmitt það leiði til betri námsárangurs hjá nemendum. Dæmi um slíkar kennsluaðferðir sem gott er að hafa í huga í þessu samhengi eru verkefnamiðað nám, leiðsagnarnám, hópavinna, opin verkefni og þrautalausnir. Þessar kennsluaðferðir henta auk þess vel fjölbreyttum nemendahópi og höfða til nemenda með ólíka hæfni í stærðfræði.

Sigrún Aðalbjarnardóttir (2007) skrifar í bók sinni *Virðing og umhyggja* um sýn nemenda og kennara á skólasamfélag. Hún fjallar um farsæl samskipti í skólastofunni og vill meina að þau séu lykill að giftusamlegu skólastarfi. Hennar niðurstöður eru að nemendur læri best við góðar samfélagslegar aðstæður og að heilbrigð samskipti skipti miklu máli um líðan og námsgleði nemenda, áhuga þeirra á skólastarfinu og námsárangur þeirra. Við tökum undir það að skólasamfélagið hafi raunveruleg áhrif á námsárangur nemenda. Við vitum að nám reynir sannarlega á nemendur og margir þeirra þurfa á fjölbreyttum stuðningi kennara að halda, en höfum í huga að kennari getur ekki lært neitt fyrir nemendur sína. Kennari getur verið til staðar

fyrir nemendur og hjálpað þeim að finna tilgang með náminu en námið sjálft fer fram innra með nemandanum (Kidd og Czerniawski, 2011).

Fjölbreytilegar gerðir verkefna

Í rannsókn okkar fundum við fjölbreyttar leiðir við gerð verkefna. Við lögðum upp með að hafa þessa þætti helst í huga:

-
- Að vekja forvitni og áhuga nemenda
- Að fá nemendur til að vinna saman
- Að skapa umræðu
- Að nemendur finni sjálfir leiðir til lausna
- Að nemendur noti gagnrýna hugsun
- Að verkefni reyni á sköpun
- Að nemandi upplifi að nám hafi farið fram

Hópavinna

Í flestum verkefnum er gert ráð fyrir að nemendur séu að vinna í litlum hópum. Peter Liljedahl (2016) mælir með þriggja manna hópum sem eru valdir af handahófi. Í kennslustofum okkar er borðum því raðað þannig að nemendur sitji saman í þriggja manna hópum. Ekki var dregið í hópa í öllum tímum, en alltaf þegar hugsandi skólastofa var notuð. Stundum hentar þó betur hafa nemendur í pörum, þar sem það leiðir oft til betri vinnufriðar í skólastofunni, tveir skapa minni hávaða en þrír. Þetta á helst við þegar verkefni krefjast þess að nemendur kynni sér efni sem krefst lesturs eða hugtakavinnu. Hins vegar getur verið gott að hafa fjögurra manna hópa þegar nemendur eru að vinna stór verkefni eins og til dæmis ritgerðir sem ætlast er til að nemenendur vinni að í um tvær vikur. Ef hóparnir eru stórir er skynsamlegt að láta þau skila stöðumati tvisvar til þrisvar á verkefnistímanum þar sem þau gera grein fyrir því hvað hver hópmeðlimur hefur lagt af mörkum og hvernig samstarfið gengur. Hér nýtist leiðsagnarnám vel, nemandi fær tækifæri til að meta námsmarkmið verkefnis og hvar hann stendur og hvert hlutverk hans er í hópnum. Hér gefast því einnig tækifæri bæði til sjálfs mats og jafningjamats.

Útgönguverkefni

Stundum er gagnlegt að hafa stutt útgönguverkefni í formi fjölvalsspurninga í lok tímans, sérstaklega þegar verið er að fara í nýtt efni. Þannig heimsækir nemandinn aftur þau hugtök sem kynnt voru í tímanum og fær tækifæri til að skoða þau í annað sinn. Einnig fær kennarinn einhverjar vísbendingar um það hvort námsefnið hafi komst til skila. Þetta rímar vel við kenningar Hatties (2006) um að kennari komist að því hvort nemandi hafi skilið efnið sem lagt var upp með í lærdómsmarkmiðum. Okkur finnst mikilvægt að vera með fjölbreytt verkefni og sumir nemendur lifna alveg við þegar kennarinn nefnir útgönguverkefni við þau. Þá fá þau niðurstöðurnar sínar strax og þau eru búin að skila verkefninu og eru oft forvitin um hvað þau gerðu rétt eða rangt. Sumir nemendur upplifa þetta eins og þraut eða leik og þau verða kappsöm og jafnvel kát þegar þau leysa verkefnið. Svo kunna þau vissulega að meta tilbreytinguna sem felst í því að vinna fjölbreytt verkefni.

Myndbandsverkefni og hlaðvörp

Ein gerð verkefna sem við lögðum fyrir var að vinna myndband eða hlaðvarp um einhvern hluta námsefnisins. Hér vinna nemendur verkefnið með upptökum á eigin sínum og klippa efnið svo sjálf til. Dæmi um verkefnalýsingu á slíkum verkefnum eru til að mynda að gera 60 sekúndna auglýsingu fyrir hvaða vöru sem er, fjalla um stærðfræðiaðferðir og taka sýnidæmi eða fjalla um útflutningsgreinar í þjóðhagfræði. Slík verkefni bjóða upp á að nemendur fái frjálsar hendur með framsetninguna á úrlausn verkefnis. Mikilvægt er að verkefnalýsingin sé skýr og að tímamörk séu skilgreind. Verkefnin bjóða upp á að nemendur setji sig í hlutverk kennara og nemenda eða jafnvel fjölmiðlafólks og sérfræðinga á sínu sviði. Í þessum verkefnum hefur reynst vel að láta þrjá nemendur vinna saman og oft fá skapandi nemendur að njóta sín vel við framkvæmdina. Einnig fá nemendur tækifæri til að móta setningar sem eiga að útskýra námsefnið sem á einmitt að hjálpa til við skilning á kjarna málsins. Þetta rímar vel við kenningar Pauls Lockhart (2002) um mikilvægi þess að nemendur skapi þekkingu sína sjálfir. Það getur verið áhugavert að fylgjast með vinnu nemenda og heyra þau tala saman um námsefnið á sama tíma og þau útfæra lausnir sínar. Stundum fá nemendur sem alla jafna eru ekki mjög áhugasamir um námsefnið að njóta sín því þau gera verið skapandi eða sterk þegar kemur að tæknilegum atriðum. Hér snýst vinnan ekki einungis um námsefnið því það þarf einnig að vinna með tæknileg atriði eins og upptök, myndvinnslu og ekki síst skilin sjálf. Reynsla kennara af þessum verkefnum er góð og vel þess virði að halda áfram vinnunni við að þróa þetta enn frekar.

Teikningar og gröf

Þegar nemendur teikna myndir og gröf fá þau aðra sýn á tölulegar upplýsingar. Ef nemendur ýmist teikna gröf út frá tölum eða leita uppi tölulegar upplýsingar í gröfum fá þau tækifæri til að sjá og skilja ólíkar framsetningar á sömu gögnum. Nálgunin leggur áherslu á gagnrýna hugsun sem lykilatriði í námi umfram það að leggja staðreyndir á minnið.

Mikilvægt er að nemendur muni ekki aðeins aðferðir í stærðfræði eða hagfræði heldur skilji hvað liggur á til grundvallar eins og Jóhann Örn Sigurjónsson (2018) hefur bent á. Hér er einnig boðið upp á fjölbreytileika og verið að höfða til breiðari nemendahóps með ólíkum nálgunum. Verkefnin er hægt að setja fram á myndrænan hátt og þau reyna á útsjónarsemi nemandans og gagnrýna hugsun.

Dæmi um verkefni sem við völdum að leggja fyrir

Hlaupahjólaverkefnið

Hér er á ferðinni verkefni frá Making Math Moments that Matter. Myndbandið og verkefnalýsingin er öllum opin en til að fá glærurnar sem fylgja verkefninu þarf að kaupa aðgang. Hlekkurinn er aðgengilegur hér [No Bikes Allowed | Emerge Linear Relations, Slope & Equations Through Task \(makemathmoments.com\)](https://www.makemathmoments.com/tasks/no-bikes-allowed-emerge-linear-relations-slope-equations-through-task) en annars er hægt að fara á vef þeirra félaga og nota leitarglugga til að finna verkefnið. Verkefnið er dæmi um nálgun sem lýst er í kaflanum „Hvaða leið var valin til að búa til verðug verkefni“ Myndbandið sýnir menn ferðast á rafmagnshlaupahjólum eftir strandlengjunni í San Diego. Til að vekja forvitni nemenda er myndbandið spilað og skrifa um leið niður hvaða hugsanir koma fram. Nemendur vinna saman í anda hugsandi skólastofu og eiga í sameiningu að komast að því hvað það myndi kosta að leigja hlaupahjólið eftir strandlengjunni sem sýnd var í myndbandinu. Hér er líka tækifæri til að tengja niðurstöðuna við lausn beinnar línu og jafnvel þannig að einhverjir hópar finni beinu línuna sem býr til módelið sem reiknar út kostnað hvaða ferðar sem er. Verkefnið vakti forvitni nemenda og gaf einnig tækifæri til að yfirfæra yfir á íslenskar aðstæður Hopp-hjólanna. Þetta er áhugavert verkefni sem er vel þess virði að vinna með.

Tvær gerðir sívalninga

Þetta verkefni er frá Dan Meyer Three- act- math [Popcorn Picker \(mrmeyer.com\)](https://www.mrmeyer.com) Það byrjar með myndbandi þar sem tekið er A4 blað og búnir til úr því tveir sívalningar; annar verður til með því

að líma saman lengri hliðar blaðsins og hinn með því að líma saman styttri hliðar blaðsins. Síðan sést Dan hella poppkorni í báða sívalningana og spurt er hvor tekur meira. Í þetta skiptið ákvað kennari að ganga alla leið og láta nemendur gera tilraunina sjálfir; hún poppaði slatta af poppi og nemendur prófuðu sjálfir að fylla sívalningana. Úr varð mjög fjörugur tími og umræður náðu að skapast um hvaða áhrif það hefði þegar stærð er í öðru veldi. Hér unnu nemendur saman í hópum völdum af handahófi á borðum þrjú og þrjú. Ef nafn Dan Meyer er slegið inn í leitarvél þá er hægt að fá margskonar myndbönd í stíl við þetta.

Að fara yfir brúna

Hér er þýðing og staðfæring á þessu myndbandi.
<https://www.youtube.com/watch?v=7yDmGnA8Hw0>

Nemendur fengu fyrirmælin munnlega og var það gert til að nota söguaðferðina sem Kyle og Jon (2019) mæla með. Hér gefst hverjum kennara tækifæri til að búa til sína útgáfu af sögunni, en hér er okkar:

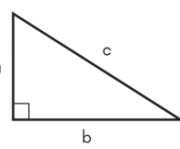
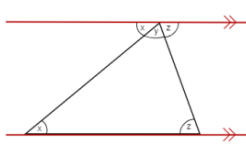
Ása, Bergur, Díana og Elvar eru í göngu í fjalllendi, þau koma að brú sem liggur á milli gilja og er búin til úr timbri og köðlum. Brúin er fúin og því geta bara tvö þeirra farið yfir í hvert skipti. Það er frekar dimmt og því þurfa þau að hafa vasaljós með sér til að fara yfir brúna; vandinn er að þau hafa bara eitt vasaljós og það er ekki hægt að kasta því yfir svo einhver verður alltaf að fara með það yfir til hinna. Þau hafa verið lengi á göngu svo einhver þeirra eru orðin þreytt eða slösuð. Þau eiga ekki langt eftir í náttstað svo þau vilja komast yfir þessa brú eins hratt og þau mögulega geta. Ása metur að hún geti hlaupið yfir brúna á einni mínútu, en Bergur getur skokkað hana á tveimur mín. Díana er hinsvegar með blöðrur á fótum og metur að það taki hana 5 mín að fara yfir brúna. Elvar er haltur og metur að það taki hann 10 mín að fara yfir brúna. Ása er fljót að reikna og metur að þetta geti þau gert á 17 mínútum. Hér eru engin brögð í tafli; hvernig er þetta hægt?

Verkefnum eins og þessu er búið að safna saman á vefsíðu sem nefnist Teachflix og er slóðin hér
<https://teachflix.org/>

Horn og þríhyrningar

Þegar verkefnið er lagt fyrir nemendur hafa þau þegar lært um hornasummu þríhyrnings og reglu Pýþagórasar. Einnig hafa þau unnið með hæðalínu og helmingalínu í öðru verkerfni. Verkefnið er unnið í hópavinnu út frá hugmyndafræði Peters Liljedahls um hugsandi skólastofu (Liljedahl, 2016). Til að vekja forvitni nemenda og gera verkefnið aðgengilegra er byrjað á að nota myndir sem eru einhverskonar þrautir. Verkefnin felast öll í því að finna stærðir horna og lengdir hliða í hinum ýmsu þríhyrningum. Verkefnin eru fjölbreytt og krefjast þess að nemendur brjóti heilann og vinni saman og stuðla þannig að stærðfræðilegri hæfni (Swan og Buckhardt, 2012) og einnig að umræður skapist í skólastofunni meðal nemenda (Hattie, 2016). Í heild eru verkefnin sex talsins en þrjú þeirra eru sett fram sem myndir sem nemendur sækja upplýsingar í. Hin þrjú eru sett fram sem texti og nemendur þurfa að teikna myndir af þríhyrningum út frá textanum til að fá skýrari mynd af upplýsingunum sem koma fram. Verkefnið má skoða nánar í viðhengi 1

ÞRÍHYRNINGAR Verkefni í stærðfræði

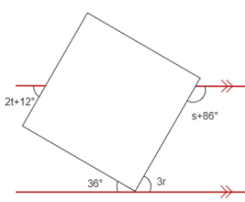


Hornasumma þríhyrnings
 $x + y + z = 180^\circ$

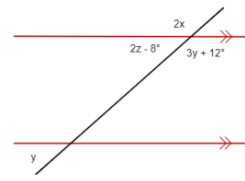
Regla Pýþagórasar
 $a^2 + b^2 = c^2$

Verkefni 1 Skoðið myndirnar:

a) Finnið r , s og t á myndinni, sýnið útreikninga:



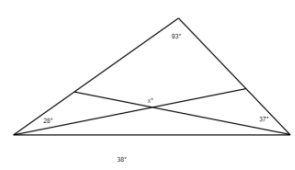
b) Finnið x , y og z á myndinni, sýnið útreikninga:



1

ÞRÍHYRNINGAR Verkefni í stærðfræði

c) Finnið x á myndinni, sýnið útreikninga:



Verkefni 2 Teiknið þríhyrningana og leysið svo verkefnin:

a) Í þríhyrningnum ABC er hornið A 52° og hornið B er 78° . Frá horninu C er dregin helmingalína og hæðarlína. Hve stórt er hornið á milli línanna tveggja sem eru dregnar?

b) Í rétthyrndum þríhyrningi er önnur skammhliðin 4 cm. Langhliðin er 2 cm lengri en hin skammhliðin. Finnið lengd óþekktu hliðanna.

c) Í rétthyrndum þríhyrningi er önnur skammhliðin 8 cm. Saman samhlöð lengd hinnar skammhliðarinnar og langhliðarinnar er 16 cm. Finnið lengd óþekktu hliðanna.

2

Afkoma og núllpunktur

Þegar verkefnið er lagt fyrir nemendur hafa þau þegar lært eitthvað um heildarkostnað, heildartekjur og afkomu. Þetta verkefni er einnig unnið í hópavinnu út frá hugmyndafræði Peters Liljedahls um hugsandi skólastofu (Liljedahl, 2016). Hér er byrjað á að fá nemendur til að finna tölulegar upplýsingar með notkun á jöfnum og algebru og í kjölfarið eiga nemendur að teikna línur í graf út frá niðurstöðum sínum. Seinna verkefnið má segja að byrji á hinum endanum, þá eiga nemendur að lesa úr grafi og sækja þangað upplýsingar og gera grein fyrir þeim. Verkefnin reyna á skilning nemenda á námsefninu og krefja nemendur um að skilja þær aðferðir sem verið er að nota og hvað liggur þeim að baki eins og Jóhann Örn Sigurjónsson (2018) talar um. Einnig er hugmyndin að verkefnin búi til forvitni og eftirvæntingu hjá nemendum og að þeim langi til að finna svörin á eigin spýtur eins og Pearce og Orr (e.d.) leggja til. Verkefnið má skoða nánar í viðhengi 2.

AFKOMA OG NÚLLPUNKTUR

Verkefni í rekstrarhagfræði

JÖFNUR FYRIR HEILDARTEKJUR, HEILDARKOSTNAÐ OG AFKOMU FYRIRTÆKJA

$$HT = v \cdot m$$
$$HK = FK + BEK \cdot m$$
$$A = HT - HK = v \cdot m - (FK + BEK \cdot m)$$

Verkefni 1. Notið eftirfarandi upplýsingar um fyrirtæki Ferro ehf.:

Fastur kostnaður (FK): 962.000 kr. á mánuði

Breytilegur einingakostnaður (BEK): 3.800 kr.

Verð (v) á einingu: 7.500 kr.

a) Finnið afkomu (A) ef magn (m) er 300 einingar

b) Finnið afkomu (A) ef magn (m) er 200 einingar

c) Finnið hvaða magn (m) gefur 0 kr. í afkomu (A)

d) Finnið hvaða magn (m) gefur 200.000 kr. í afkomu (A)

e) Teiknið inn línur fyrir HK og HT í grafið hér fyrir neðan og kannið hvar línurnar skerast. Merkið og kvardið ásana og passið að allar upplýsingar úr a) – d) komi fram:

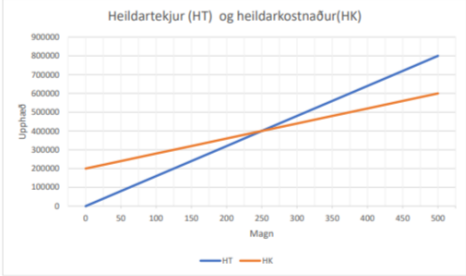
1

AFKOMA OG NÚLLPUNKTUR

Verkefni í rekstrarhagfræði

Verkefni 2. Skoðið vel grafið hér fyrir neðan sem sýnir HT og HK hjá fyrirtækinu Myrru ehf. Svarið spurningum a) – f) sem eru fyrir neðan grafið.:

Heildartekjur (HT) og heildarkostnaður(HK)



a) Finnið hvaða magn (m) gefur 0 kr. í afkomu (A)

b) Ef magn (m) er 200 einingar, er afkoman (A) jákvæð eða neikvæð?

c) Ef magn (m) er 300 einingar, er afkoman (A) jákvæð eða neikvæð?

d) Finnið hvaða magn (m) gefur 200.000 kr. í afkomu (A)

e) Finnið verð (v) út frá bláu línunni, notið jöfnuna: $HT = v \cdot m$

f) Finnið fastan kostnað (FK) og breytilegan einingakostnað (BEK) út frá appelsínugulu línunni, notið jöfnuna: $HK = FK + BEK \cdot m$

2

Endurbætt verkefni

Hér hafa verið talin upp margskonar verkefni sem við höfum lagt fyrir. Einhver þeirra eru verkefni sem við áttum til og aðlöguðum að hugmyndum Pearce og Orr (e.d.). Í raun er hægt að nota hvaða verkefni sem er en leggja það fyrir á annan hátt. Það er skemmtileg áskorun að taka gömul verkefni og blása í þau nýju lífi með öðrum áherslum. Slíkt reynir á færni 21. aldar sem nefnd er hér í upphafi. Verkefni úr kennslubókum má einnig nota á sama hátt, sjá hvaða verkefni væri hægt að nota til að vekja forvitni eða skoða hvernig hægt væri að vekja forvitni nemenda með verkefnum sem eru í kennslubók. Aðalatriðið er að finna leið til að skapa umræðu. Þetta má gera með því að fá nemendur til að flokka saman, bera saman ólíkar niðurstöður, búa til einhverskonar keppni eða skapa eitthvað út frá gefnum forsendum.

Hvernig mælum við árangurinn?

Viðtöl við nemendur

Við tókum viðtöl við nemendur um miðja önn og aftur við lok haustannar og eins á vetrarönn, eða fjögur viðtöl hvor. Í sumum tilfellum voru samtölin voru tekin upp og þá með samþykki nemenda. Við ræddum einnig við nemendur okkar í kennslustundum til að meta hvernig hin ýmsu verkefni voru að ganga en þau viðtöl voru óformlegri og mest til þess gerð að meta hvernig nemendum fannst þeim ganga með verkefnin. Væntingar okkar til viðtalanna voru miklar. Við sáum fyrir okkur að nemendur myndu kafa betur með okkur í spurningarnar og gefa okkur innihaldsrík svör. Reyndin var sú að nemendum fannst erfitt að svara spurningum okkar og höfðu minni áhuga en við á að velta fyrir sér og mynda sér skoðun á verkefnum. Svörin gáfu til kynna að nemendur vildu heldur sjá hvaða svörum kennari væri að leita eftir fremur en að hafa skoðun á því hvernig mætti hafa áhrif á gerðir verkefna. Það sem við lærðum af viðtölunum var að kannski er ástæða fyrir því að fólk lærir viðtalstækni í félagsfræði og sálfræði. Óformlegu viðtölin sem við áttum við nemendur í kennslustundum gáfu okkur betri mynd af því hvernig tekist hafði til með einstök verkefni. Oft voru þau skilvirkari og persónulegri en þau formlegu og skildu meiri eftir sig. Ef vinna ætti áfram með svona rannsókn væri gott að hafa dagbók til að skrá niður helstu niðurstöður úr óformlegum viðtölum eins og gert var með þau formlegu.

Útgöngupassar

Við lögðum fyrir fjölmarga útgöngupassa á rannsóknartímabilinu. Á haustönninni notuðum við alltaf sömu spurningarnar og sáum fyrir okkur að best væri að mæla árangurinn af verkefnunum okkar með því að sjá hvernig svörin væru að þróast. Við sáum fyrir okkur að nemendur myndu

hafa einhverja ákveðna upplifun af verkefnunum okkar í byrjun skólaárs og að með tímanum myndum við bæta verkefnin og þá myndi upplifun nemenda verða önnur, helst betri. Hugmyndin var að útgöngupassarnir myndu mæla þessa breytingu á upplifun nemenda. Í rauninni voru verkefnin í byrjun skólaárs ekki svo ólík þeim sem við vorum með seinna á önninni. Við vorum nú þegar langt komnar með að móta verkefnin og vorum í raunað fínstilla smáatriði í verkefnunum þegar leið á önnina, sem erfitt er að mæla með þessum hætti. Á vetrarönn notuðum við útgöngupassana til að spyrja nemendur ýtarlegar út í upplifun þeirra af hinum ýmsu verkefnum og kennsluaðferðum. Hér er áhugavert að skoða muninn á upplifun kennara á mismunandi gerðum verkefna og nemenda á því sama. Þó að kennara finnist verkefnin hafa mismunandi áherslur og að þau séu ólík, finnst nemendum þetta bara vera verkefni. Í viðtölum okkar við nemendur skynjuðu þau lítinn mun, nema helst það sem þau kölluðu töfluverkefni sem voru þau verkefni sem unnin voru í hugsandi skólastofu.

Hverju höfum við komist að?

Breytingar taka tíma. Þær eru krefjandi og krefjast seiglu af kennaranum og nemandanum. Á vefsíðu sinni *Making Math Moments that Matter* segjast þeir félagar Pearce og Orr hafa þurft þrjú ár til að ná utan um aðferð sína. Við höfum því aðeins hafið vegferð okkar og höfum á þeirri vegferð gert bæði óteljandi mistök sem og nýjar uppgötvanir. Á sama tíma höfum við reynt að skapa gott lærdómssamfélag fyrir nemendur okkar og tileinka okkur vandaða kennsluhætti.

Kennari þarf að aðlaga verkefni sem fengin eru annarstaðar frá að þeim hópi sem hann er að kenna, nálgun verkefnis verður að koma frá kennara. Þetta er vegna þess að við undirbúning verkefna verðum við að hugsa út frá þeim hópi sem við erum að vinna með. Við undirbúninginn veltum við fyrir okkur þeim spurningum sem upp myndu koma og hvernig við gætum komið nemendum áfram án þess að ræna þau tækifæri til að hugsa. Okkur hættir nefnilega til þess að gefa svarið af því að það er miklu auðveldara og ekki síst vegna þess að nemandinn verður miklu ánægðari við það að fá svarið matreitt. Það getur verið þrautinni þyngri að standa einn á mótí nemendahópnum sem er vanur því að við gefum þeim svörin að lokum. Setningar eins og „æ, getur þú ekki bara sagt mér svarið?“ eru algengar hjá okkar nemendum eins og eflaust margir kennarar þekkja

Mjög auðvelt er að vekja forvitni nemenda og skapa áhuga á viðfangsefninu, erfiðara er að halda áhuganum við. Nemendur eru almennt forvitnir um sögur og vilja komast að einhverju þó þeir nenni ekkert alltaf að komast að því sjálfir. Þess vegna reynir verulega á kennarann þegar kemur að því að svara spurningum og vangaveltum nemenda. Þetta skref krefst mikils undirbúnings og er tímafrekt athæfi. Það krefst þess að kennari þaulhugsi verkefnið og velti fyrir sér hvar nemendur muni stranda, hvaða spurningar komi upp og hvernig eigi að bregðast við þeim. Þetta

getur verið þrautinni þyngri, jafnvel fyrir mjög reyndan kennara. Þetta er líka flókið þar sem nemendur eru vanir því að kennari „kenni“. Þeim þykir kennari sem hagar sér öðruvísi vera erfiður og jafnvel latur og að hann nenni ekki að kenna þeim. Hugmyndir kennara og nemenda um nám fara ekki alltaf saman.

Við höfum einnig komist að því hve mikilvægt það er fyrir kennara að geta lesið nemendahóp sinn. Í MS eru þrjár annir og verkefni sem virtust ganga vel og vekja áhuga hjá nemendum á haustönn, gerðu það ekki endilega á vetrarönn. Það er því mikilvægt að kennari nái að búa til samtal við nemendur og á milli nemenda, til þess að umræður og vangaveltur verði til í kennslustofunni. Stundum eiga nemendur erfitt með að taka þátt í umræðunni og þá er það hlutverk okkar sem kennara að finna tækifæri til að leiðbeina nemandanum þannig að hann upplifi sitt hlutverk.

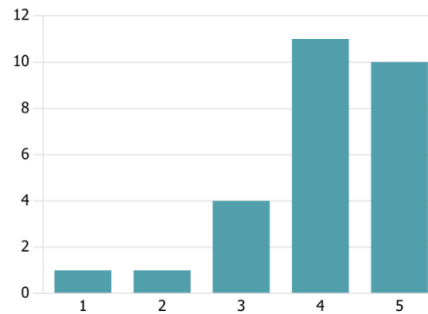
Oft er gott að virkja áhuga eins nemanda til að fá aðra til að taka þátt því um leið og tveir til þrír nemendur hafa hafið samtalið er auðveldara að vekja forvitni hjá fleirum. Þegar samtal um námsefnið fer á flug innan kennslustofunnar kviknar áhugi á efninu hjá fleiri nemendum og þeir eiga auðveldara með að veita því athygli. Þegar samtalið er til staðar er auðveldara að halda athygli nemenda en með fyrirlestri kennara. Stundum verðum við að sætta okkur við að vekja aðeins áhuga fárra en vonast til þess að sá áhugi smiti aðra í hópnum. Einnig vitum við að engin ein kennsluaðferð og ekkert eitt verkefni hentar öllum nemendum. Svo eru kennslustokkar í MS nokkuð langir eða annars vegar 80 mínútur og hins vegar 120 mínútur og því þurfa kennarar að vera vakandi yfir því að brjóta upp kennsluna og vera með fjölbreytni til þess að halda athygli hópsins. Á sama tíma vilja nemendur ákveðinn fyrirsjáanleika í kennslunni og við höfum lært að breytingar á verkefnum og hvernig þau eru lögð fyrir getur reynt á nemendahópinn og krefja kennara um að vinna traust hópsins.

Nemendur eru misánægðir með að vera í hópavinnu. Margir þeirra kvarta yfir að fá ekki að vinna með „vinum“ sínum. Stundum er erfitt að fá þau til að skilja ábyrgð sína í hópnum. Þetta kemur berlega í ljós í kennslukönnun sem lögð var fyrir við enda vetrarannar og einnig í samtölum í kennslustofunni. Við skipulagningu þessa rannsóknarverkefnis var hugmyndin sú að leggja fyrir mismunandi gerðir af verkefnum og sjá hvaða gerðir nemendum fyndust áhugaverð og lærdómsrík verkefni, þannig að þeim þættu þau vinnu sinnar verðug. Niðurstaða útgöngupassa reyndist ekki greina þetta skýrt og niðurstöður viðtala bentu til þess að nemendur upplifðu verkefnin ekki endilega sem ólík verkefni, bara verkefni.

Áhugavert er að nær allir útgöngupassarnir gefa til kynna að nemendum finnst þeir leggja sig fram við verkefnin

3. Hve mikið lagðir þú þig fram í kennslustundinni? (0 point)

4.04
Average Rating



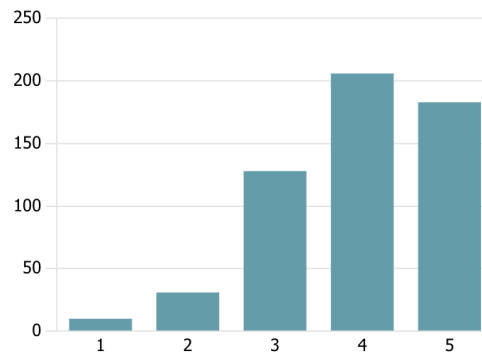
Það var líka ljóst samkvæmt þessum útgöngupössum að okkur tókst að vekja áhuga nemenda með verkefnum okkar.

1. Hversu áhugaverð fannst þér þessi kennslustund? (0 point)

[More Details](#)

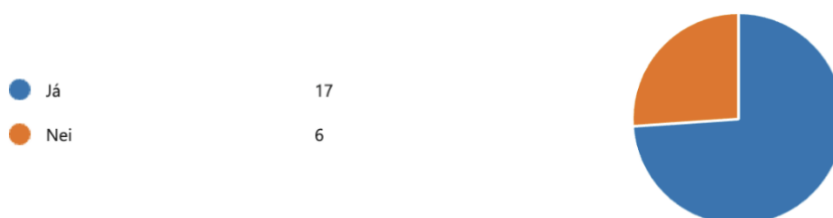
 Insights

3.93
Average Rating



Í þeim tilvikum sem hópavinna var notuð sést berlega að einhverjir velja að taka ekki þátt. Þrátt fyrir það er það meirihluti sem segir að samstarfið hafi gengið nokkuð vel eða mjög vel.

5. Tókst þú þátt í hópavinnu/paravinnu með öðrum nemendum? (0 point)



6. Ef þú tókst þátt í hópavinnu/paravinnu, hvernig gekk samstarfið? (0 point)



Hvað gerist þegar við syndum á móti straumnum?

Í viðtölum við nemendur og í útgöngupössum kom berlega í ljós að nemendur vilja helst að kennari standi upp við töflu og framkvæmi það sem þeim finnst vera kennsla. Þetta er líklega vegna þess að þessu eru þau vön. En af hverju kennum við upp á töflu í stærðfræðikennslu, jafnvel þó að við vitum að allar rannsóknir sýna fram á að slík kennsla skilar alltof litlu?

Við veltum því fyrir okkur hvort ástæðan gæti verið sú að bæði kennarar og nemendur séu hræddir við mistök sem eðlilega koma upp þegar nemandi reynir sjálfur við verkefni sín. Þegar við vinnum verkefni sem reyna á aðra nálgun munum við gera mistök og nemandi mun finna fyrir óþægindum, gremju og jafnvel kvíða yfir því að finna lausnina ekki samstundis og þurfa að beita hugsun sinni. Óþægindi kennara eru hins vegar fólgin í því að finna fyrir gremju nemenda og vita að það væri auðveldara fyrir alla að taka þetta bara sjálfur upp á töflu. Við það hefur kennari gert sitt og nemendur eru sáttir. En hvaða hugsun hefur farið fram? Hér er ekki verið að halda því fram að það eigi aldrei að kenna af töflu, hins vegar eins og Peter Liljedal segir í bók sinni *Building Thinking Classroom* (2016), að ef við lærðum vel af fyrirlestrum kennara þá kynnu allir stærðfræði. Hattie gefur ekki einkunn fyrir fyrirlestra en hann gefur einkunn fyrir það sem hann kallar beina kennslu (e. *direct instruction*) sem hann skilgreinir svona:

„þegar kennari ákveður lærdómsmarkmið og árangursviðmið, gerir þau gagnsæ gagnvart nemendum, setur þau í samhengi, metur hvort nemendur hafi skilið

efnið og útskýrir það sem nemendur hafa ekki skilið og bindur efnið saman í lokin.“
(Hattie, J. & Clarke, S. (2019). *Visible learning*, bls. 24)

Þessi aðferð fær einkunnina 0,59 hjá Hattie (bls. 24). Hann ber aðferðina saman við kennslu sem byggist á umræðu (*e. dialogic instruction*) í skólastofunni sem fær einkunnina 0,82. Í þeirri aðferð fær nemandi tækifæri til þess að komast að lausn án þess að vita aðferðina fyrirfram og leiðin er fundin með því að ræða sig fram að henni. Báðar þessar leiðir byggja á því að nemandinn viti „*af hverju*“ og „*hvernig*“ sem sett er fram með lærdómsmarkmiðum. Þetta snýst því um að nota rétta aðferð á réttum tíma við réttar aðstæður. Nánar úrskýring á einkunnarskala Hatties má finna í viðhengi 3.

Í bók Hattie, Fisher og Frey; *Visible Learning for mathematics* (2016, bls. 64) er haft eftir Michael Jordan úr auglýsingu sem hann gerði með stórfyrirtækinu Nike:

„Í 9000 tilvikum hefur mér ekki tekist að hitta körfuna í skotum mínum. Ég hef tapað yfir 300 mótum. Í 26 skipti hefur mér verið treyst til að taka sigurhöggið í leiknum en ekki tekist. Mér hefur mistekist aftur og aftur og aftur á ferli mínum. Þess vegna tekst mér þetta.“

Með því að fagna mistökum nemenda, líta á þau sem hluta af lærdómsferli og leið til hugsunar breytum við þeim viðhorfum að það sé hlutverk kennarans að útskýra allt námsefni og hlutverk nemandans að hlusta.

Gjöfult samstarf

Vitnum enn og aftur í Hattie og *meta* niðurstöður hans. Þar trónir á toppnum einkunnin 1,57 fyrir það sem hann kallar *Collective Teacher Efficacy* sem þýða má sem samvinna kennara eða samverkandi vinna kennara. Við getum staðfest að samvinna okkar rannsakenda hefur borið mikinn árangur. Við viljum kalla samstarf okkar lærdómssamfélag bandamanna. Við höfum upplifað að við umræður og speglun hefur okkur tekist kryfja margskonar viðfangsefni og í leiðinni að dýpka skilning okkar á því hvað gerir verkefni verðug. Við höfum einnig séð áhuga kvikna hjá samkennurum okkar og umræður skapast innan þess samfélags sem Menntaskólinn við Sund myndar. Þar sem við vissum fyrir að áherslan í nálgun okkar var að skapa umræður um námsefnið meðal nemenda var eðlilegt að við hefðum þessa vinnu á sjálfum okkur og mátuðum hugmyndir um samstarf á eigin skinni.

Lokaorð

Til að ná fram góðum námsárangri er mikilvægt fyrir kennara að ná athygli og vekja forvitni hjá nemendum sínum og stuðla þannig að auknum námsáhuga. Kennari þarf að eiga í vitrænu sambandi við nemendur sína, finna leiðir til að hjálpa þeim að uppgötva eitthvað nýtt og skapa eitthvað sjálfir. Menntun er ein af verðmætustu auðlindum samfélags og mikilvægt verkfæri til samfélagsbreytinga. Nálgun hugsandi skólastofu færir áhersluna frá utanbókarlærdómi yfir í virkt, ígrundað nám. Með þeirri áherslubreytingu eru nemendur hvattir til að hugsa út fyrir rammann. Þannig örvar aðferðin nýsköpun sem er ein af færni nútímasamfélagsins sem okkar nemendur þurfa að tileinka sér í sínu námi til að búa sig undir framtíðina. Aðferðir hugsandi skólastofu gera nemendum kleift að fylgjast með eigin hugsanaferli, greina svæði þar sem hægt er að bæta sig og þróa aðferðir til að gera nám sitt árangursríkara. Aðferðirnar stuðla ennfremur að aukinni virkni, sjálfstæði, gagnrýnni hugsun og síðast en ekki síst aðlögunarfærni fyrir nýjar áskoranir. Nálgun hugsandi skólastofu er því ekki einungis dýrmæt í skólastarfi, heldur getur sú færni nýst nemendum í víðara samhengi því hún stuðlar að því að nemendur öðlist ábyrgð gagnvart eigin námi.

Heimildaskrá

Aðalnámskrá framhaldsskóla 2011: Almennur hluti /2011.

Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.

Clarke, S. (2018). *Outstanding Formative Assessment: Culture and Practice*. 10. útgáfa. Hodder Education

Dweck, C. S. (2017). The journey to children's mindsets and beyond. *Child Development Perspectives*, 11(2), 139 - 144. Sótt af <https://doi.org/10.1111/cdep.12225>

Hattie, J. (2009). *Visible Learning. A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*. Routledge.

Hattie, J. & Clarke, S. (2019). *Visible learning: Feedback*. Routledge.

Hattie, J., Fisher, D., Frey, N., Gojak, L. M., Moore, S. D. & Mellman, W. (2016). *Visible Learning for mathematics*. Corwin.

Jóhann Örn Sigurjónsson og Jónína Vala Kristinsdóttir. (2018). Upprifjunaráfangar framhaldsskóla í stærðfræði: Skapandi og krefjandi vinna eða stagl. *Tímarit um uppeldi og menntun*, 27(1), 65-84.

Kidd, W. & Czerniawski, G. (2011). *Successful Teaching 14-19. Theory, Practice and Reflection*. Sage.

Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. Í *Posing and Solving Mathematical Problems* (bls. 361–386). Springer

Lockhart, P. (2009). *A mathematician's lament*. Bellevue Literary Press.

Margrét Alda Sigurvinsdóttir. (2020). Það þurfa ekki allir að „finna upp hjólið“: Stærðfræði á starfsbraut framhaldsskóla (meistararitgerð). Háskóli Íslands, Reykjavík.

Nanna Kristín Christiansen. (2001). *Leiðsagnarnám - Hvers vegna, hvernig, hvað?* Prentmet Oddi.

Pearce, K. & Orr, J. (e.d.) Making Math Moments. Sótt af: [Make Math Moments | Empowering Teachers with Math Activities](#)

Sigrún Aðalbjarnardóttir. (2007) *Virðing og umhyggja. Ákall 21. aldar*. Heimskringla.

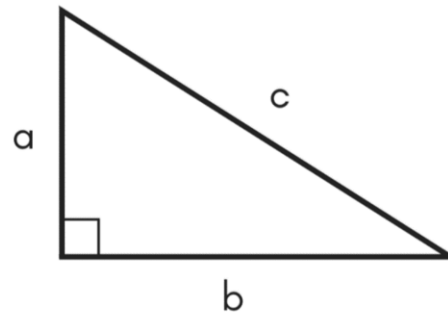
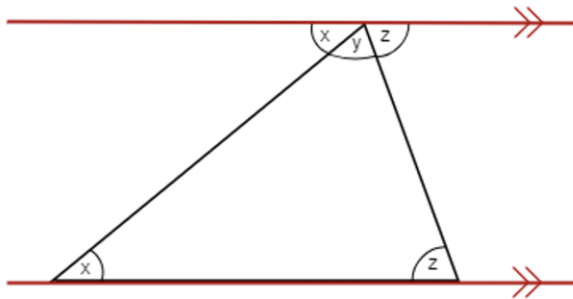
Swan, M. & Burkhardt, H. (2012) A Designer Speaks. *Educational Designer*, 2(5). Sótt af: <http://www.educationaldesigner.org/ed/volume2/issue5/article19>

Viðhengi

1. Verkefni; þríhyrningar
2. Afkoma og núllpunktur
3. Einkunnarskali Hatties

ÞRÍHYRNINGAR

Verkefni í stærðfræði



Hornasumma þríhyrnings

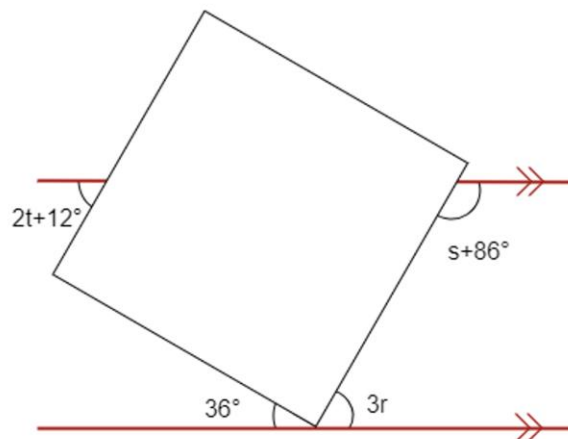
$$x + y + z = 180^\circ$$

Regla Pýþagórasar

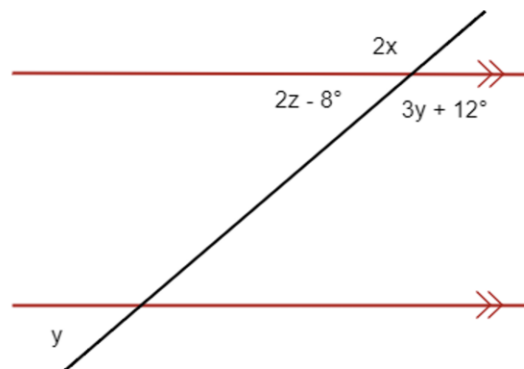
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Verkefni 1 Skoðið myndirnar:

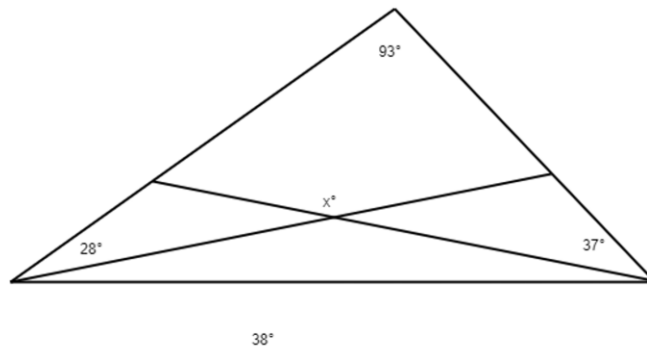
- a) Finnið r , s og t á myndinni, sýnið útreikninga:



- b) Finnið x , y og z á myndinni, sýnið útreikninga:



- c) Finnið x á myndinni, sýnið útreikninga:



Verkefni 2 Teiknið þríhyrningana og leysið svo verkefnin:

- a) Í þríhyrningnum ABC er hornið A 52° og hornið B er 78° . Frá horninu C er dregin helmingalína og hæðarlína. Hve stórt er hornið á milli línanna tveggja sem eru dregnar?
- b) Í rétthyrndum þríhyrningi er önnur skammhliðin 4 cm. Langhliðin er 2 cm lengri en hin skammhliðin. Finnið lengd óþekkту hliðanna.
- c) Í rétthyrndum þríhyrningi er önnur skammhliðin 8 cm. Saman samanlögð lengd hinnar skammhliðarinnar og langhliðarinnar er 16 cm. Finnið lengd óþekkту hliðanna.

JÖFNUR FYRIR HEILDARTEKJUR, HEILDARKOSTNAÐ OG AFKOMU FYRIRTÆKJA

$$HT = v * m$$

$$HK = FK + BEK * m$$

$$A = HT - HK = v * m - (FK + BEK * m)$$

Verkefni 1. Notið eftirfarandi upplýsingar um fyrirtæki Ferro ehf.:

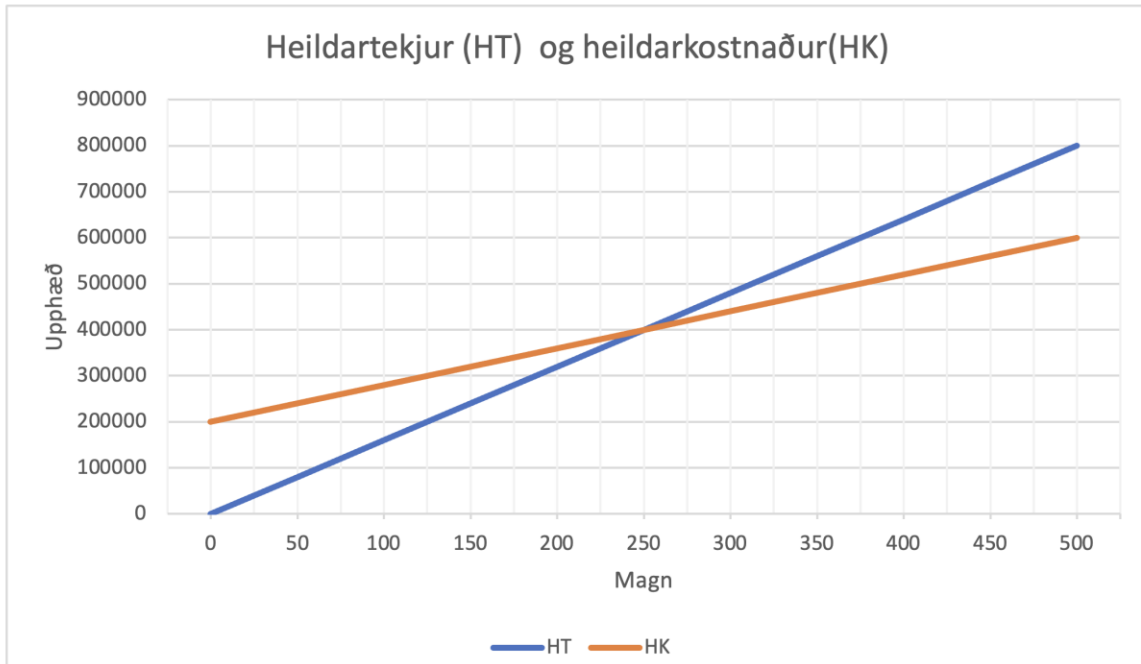
Fastur kostnaður (FK): 962.000 kr. á mánuði

Breytilegur einingakostnaður (BEK): 3.800 kr.

Verð (v) á einingu: 7.500 kr.

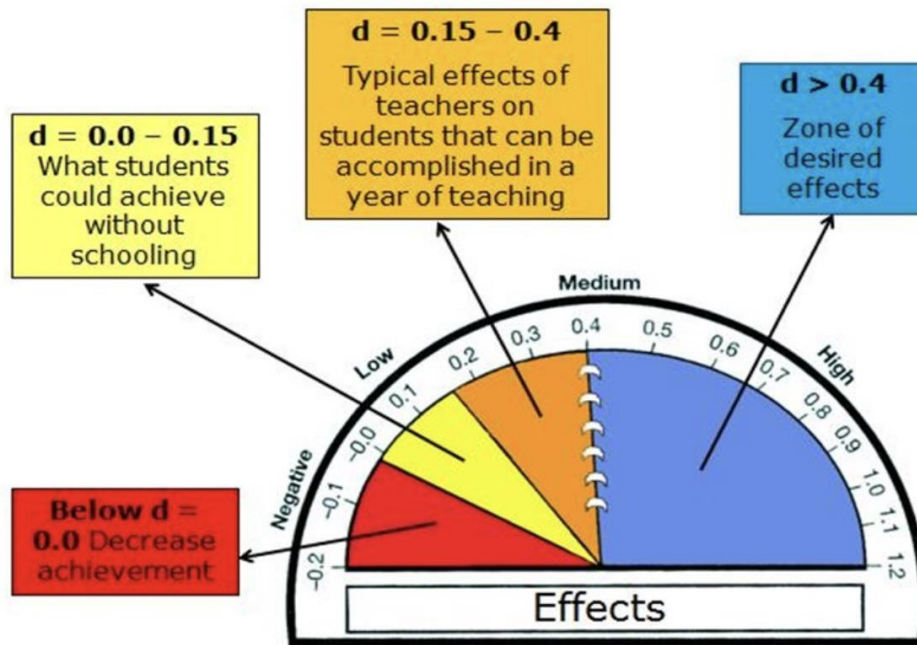
- a) Finnið afkomu (A) ef magn (m) er 300 einingar
- b) Finnið afkomu (A) ef magn (m) er 200 einingar
- c) Finnið hvaða magn (m) gefur 0 kr. í afkomu (A)
- d) Finnið hvaða magn (m) gefur 200.000 kr. í afkomu (A)
- e) Teiknið inn línur fyrir HK og HT í grafið hér fyrir neðan og kannið hvar línurnar skerast. Merkið og kvarðið ásana og passið að allar upplýsingar úr a) – d) komi fram:

Verkefni 2. Skoðið vel grafið hér fyrir neðan sem sýnir HT og HK hjá fyrirtækinu Myrru ehf. Svarið spurningum a) – f) sem eru fyrir neðan grafið.:



- Finnið hvaða magn (m) gefur 0 kr. í afkomu (A)
- Ef magn (m) er 200 einingar, er afkoman (A) jákvæð eða neikvæð?
- Ef magn (m) er 300 einingar, er afkoman (A) jákvæð eða neikvæð?
- Finnið hvaða magn (m) gefur 200.000 kr. í afkomu (A)
- Finnið verð (v) út frá bláu línunni, notið jöfnuna: **$HT = v * m$**
- Finnið fastan kostnað (FK) og breytilegan einingakostnað (BEK) út frá appelsínugulu línunni, notið jöfnuna: **$HK = FK + BEK * m$**

Barometers of Influence



[How Hattie's Research Helps \(and Doesn't Help\) Improve Student Achievement - Project ACHIEVE](#)